5E Öğrenme Döngüsü Modeline Göre Ders Planı

Ders: Matematik

Sınıf: 10

Süre: 40 dakika (1 ders saati)

Ünite: Çember ve Daire

Konu: Çemberin Temel Elemanları, Çemberde Açılar

Kazanımlar:

1) Çemberde merkez, kiriş, çap, kesen,yay ve teğet kavramlarını açıklar.
2) Çemberde kirişin özelliklerini gösterir.
3) Bir çemberde merkez, çevre, iç, dış, teğet-kiriş açılarını açıklar; bu açıların ölçüleri ile gördükleri yayların ölçülerini ilişkilendirir.

.

Yöntem ve Teknikler: 5E Öğrenme Döngüsü Modeli

Araç, Gereç ve Kaynaklar: Fotoğraflar, Ders Kitabı,

Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri:

1) <u>Giriş (Enter) Aşaması:</u>

Bu aşamada öğrencilere çeşitli fotoğraflar gösterilir.

Öğrenciler fotoğrafları inceledikten sonra, öğrencilere "Fotoğraflardaki görsel efektler nasıl yapıldığı konusunda bir fikriniz var mı?" , "Çember nasıl çizilir?" şeklinde sorular sorularak fikirleri alınır.

2) Keşfetme (Explore) Aşaması:

Kazanım 1: Çember, merkez, , kiriş, çap ,kesen yay ve teğet kavramlarını açıklar.

Bu aşamada öğrencilere bir etkinlik yaptırılır.

ETKİNLİK 1: (5 dk)

Yandaki tekerlek modeli üzerinde bazı noktalar bazı harflerle isimlendirilmiştir. Buna göre;

a)Çemberin merkezi hangi noktayla belirtilmiştir?

……………………………………………………………

b) Yarıçapını belirtiniz.

……………………………………………………………

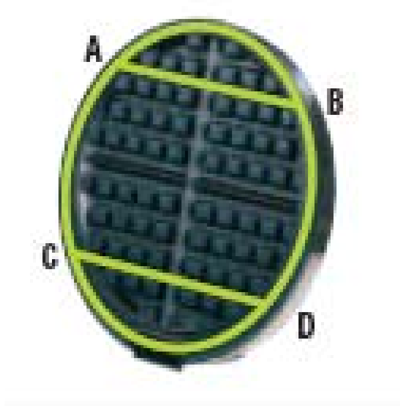
Bu etkinlik için öğrencilerden beklenenler:

Öğrencilerden tekerlek modelinin yarıçapını belirtmelerini istediğimizde muhtemelen gruplar farklı doğru parçalarının isimlerini söyleyeceklerdir. Böylelikle çember üzerinde alınan herhangi bir noktanın merkeze olan uzaklığının her zaman aynı olacağını fark etmeleri beklenir. Daha sonra; fotoğraflardaki şekillerin bir çember ifade ettiği ve çemberin, düzlemde sabit bir R noktasına, sabit r birim uzaklıktaki noktaların kümesinden oluştuğu söylenir.

Çemberde Kiriş ve Çap :

Burada öğretmen öncelikle öğrencilerin dikkatini etkinlik1’ deki [ZV]’a çeker. Bu doğru parçası hakkındaki fikirlerini gruplardan belirtmeleri istenir. [ZR], [XR], [RW] doğru parçaları yarıçap olduğuna göre [ZV] doğru parçasını nasıl ifade edebilecekleri sorulur. Öğretmen gelen cevapları öğrencileri ile tartıştıktan sonra, “kiriş” kavramını günlük hayattan bir modelleme ile yapılandırmaya çalışır.

MODELLEME: (3 dk)

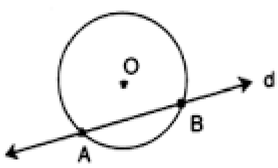


Yukarıdaki gibi bir tost makinesi düşünelim. Görüldüğü üzere bu tost makinesi bir çember modelidir ve her bir parçasında çizgiler bulunmaktadır. Bunun sonucu olarak bu makineyle yapılan tostlarda çizgi motifleri oluşur. Burada görüldüğü gibi her bir çizgi çemberin farklı iki noktasının birleştirilmesiyle oluşmaktadır. İşte burada çizgi ile modellenen yapı aslında geometride doğru parçasıdır. Bu doğru parçalarının her birine de çemberin kirişleri denir.(Modelimizin etrafını dolanan sarı çizgi bizim için çemberi temsil etmektedir.)

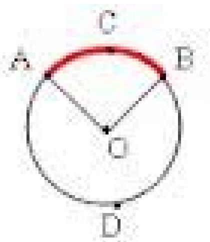
Bu modellemeyle, öğrencilerde hem kiriş kavramı hem de çap kavramı kirişten yola çıkararak yapılandırılmak istenmektedir. Bu doğrultuda öğrencilerden;

- ✓ Çemberin farklı iki noktasını birleştiren doğru parçsına **kiriş** denildiği, ve
- ✓ **merkezden geçen kirişin çemberdeki en büyük kiriş** olduğunu fark etmeleri beklenir.(Öğretmen, işte bu doğru parçasının **çemberin çapı** olduğunu öğrencilerinin söylemesini sağlar.)

Çemberde Kesen: Burada öğrencilerin kirişten farklı olarak; çemberin iki noktasından geçen doğruya **kesen** denildiğini anlamaları sağlanır.



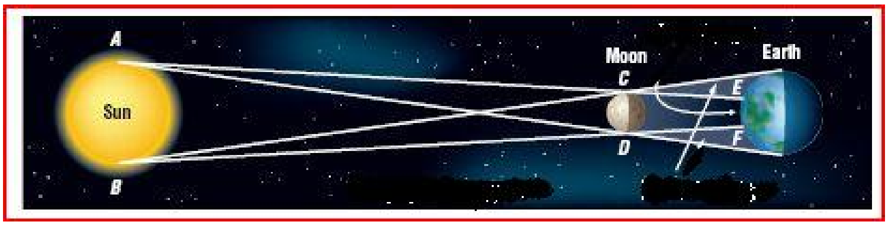
Çemberde Yay: Burada öğrencilere; çemberin yayının ne ifade ettiği sorulur ve aşağıdaki gibi bir şekil çizilerek öğrencilerin anlaması sağlanır. Daha sonra çemberin bir parçasına **yay** denildiği söylenir.



Çemberde Teğet :

Öğretmen teğetin tanımını ve özelliklerini direk vermek yerine konuya önce bir modellemeyle başlar. Böylece teğet kavramını modellemeyle somut bir şekilde öğrencilerinin fark etmesini amaçlar.

MODELLEME: (5 dk)

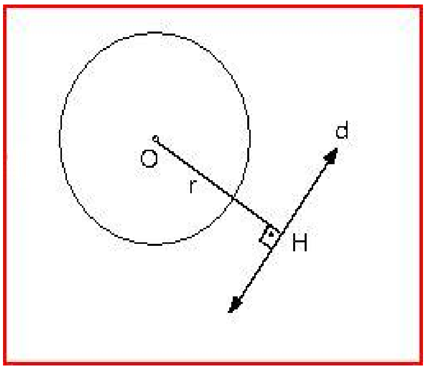


Daha sonra; çemberin yalnız bir noktasından geçen doğruya **teğet** denildiğini ifade eder.

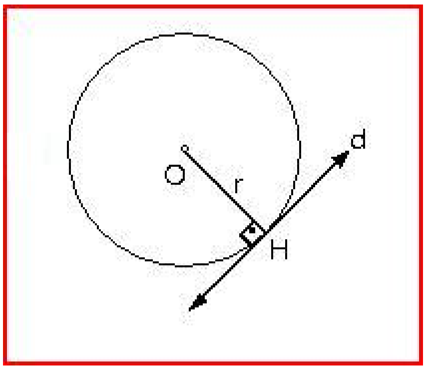
Aynı düzlem içindeki bir doğru ile bir çemberin birbirlerine göre durumları :

Öğretmen aşağıdaki etkinlik ile bir doğrunun çemberi 2 noktada kesebilmesi, çemberle doğrunun kesişmemesi ya da doğrunun çembere teğet olabilmesi için gerekli koşulları öğrencilere sezdirmeye çalışır

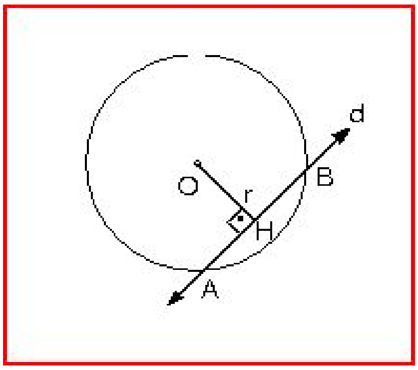
Etkinlik : (7 dk)



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

Yukarıdaki şekillerde verilen çemberlerin yarıçapları r ise;

1. Şekil1' de H noktasının merkeze olan uzaklığı için ne söylenebilir?

   ………………………………………………………………………………………………

2. Şekil2' de H noktasının merkeze olan uzaklığı için ne söylenebilir?

   ………………………………………………………………………………………………

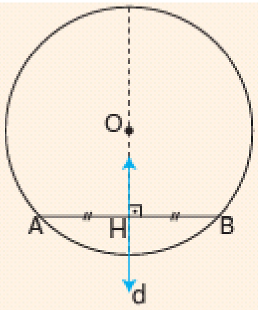
3. Şekil3' de H noktasının merkeze olan uzaklığı için ne söylenebilir?

3) Açıklama(Explain) Aşaması:

Bu aşamada öğretmen aşağıda belirtilen kazanımlara yönelik konu anlatımını yapar.

Kazanım 2: Çemberde kirişin özelliklerini gösterir.

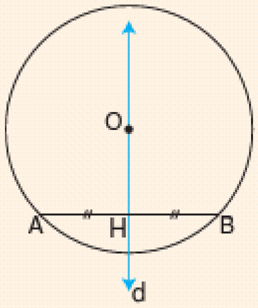
1.



Bir çemberde, kirişin orta dikmesi çemberin merkezinden geçer. Şekildeki O merkezli çemberde,

$|AH| = |BH|$ ve $d \perp [AB] \Rightarrow O \in d$ olur.

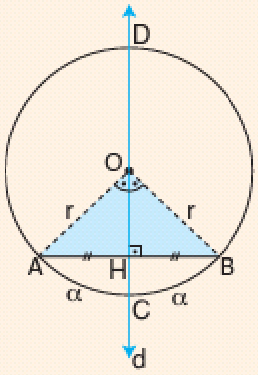
2.



Bir çemberde kirişin orta noktasını çemberin merkezine birleştiren doğru kirişe diktir. Şekildeki O merkezli çemberde,

$|AH| = |BH| \Rightarrow HO \perp [AB]$ olur.

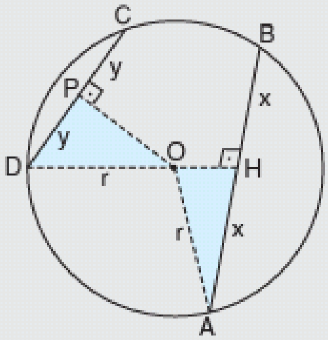
3.



Bir çemberde merkezden kirişe çizilen dikme, kirişi ve yaylarını ortalar. Çünkü şekildeki OAB ikizkenar üçgeninde $OH \perp [AB]$ ise

$|AH| = |BH|$ ve $m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{BOC})$ olur.

Bir çemberde farklı uzunlukta iki kirişten uzun olanın merkeze daha yakın olduğunu gösterelim.



Şekildeki O merkezli r yarıçaplı çemberde [AB] ve [CD] birer kiriş ve |CD| < |AB| olsun.

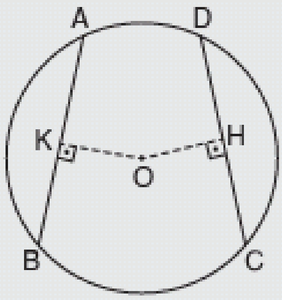
[AB] ve [CD] kirişlerine sırasıyla [OH] ve [OP] dikmelerini daha sonra da [OD] ve [OA] yarıçaplarını çizelim.

$|AH| = |BH| = x$, $|DP| = |CP| = y$ ve $2y < 2x \Rightarrow y < x$ olur.

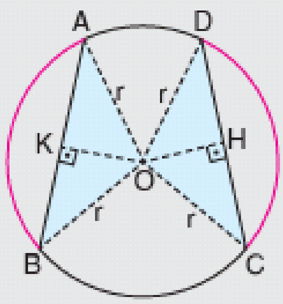
AHO ve DPO dik üçgenlerinde Pisagor Teoremi kullanılırsa,

$|HO|^2 = r^2 - x^2$, $|PO|^2 = r^2 - y^2$ ve $y < x \Rightarrow r^2 - x^2 < r^2 - y^2$

$|HO|^2 < |PO|^2 \Rightarrow |HO| < |PO|$ elde edilir. Sonuçta $|AB| > |CD|$ olduğundan [AB] kirişi merkeze daha yakındır.



Bir çemberde veya eş çemberlerde birbirine eş iki kirişin merkeze olan uzaklıklarının eşit olduğunu ve bu kirişlerin yay ölçülerinin de eşit olduğunu gösterelim.



Şekildeki O merkezli r yarıçaplı çemberde |AB| = |CD| olsun.

[AO], [BO], [CO] ve [DO] yarıçaplarını çizersek K.K.K. Eşlik kuralına göre,

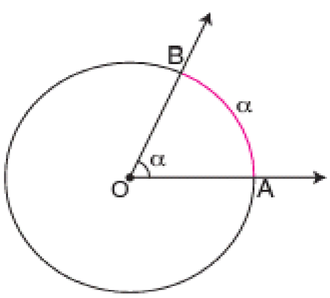
$\widehat{ABO} \cong \widehat{CDO}$ olduğundan,

$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{COD}) \Rightarrow m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{CD})$

ve karşılıklı kenarların yükseklikleri $|OK| = |OH|$ olur.

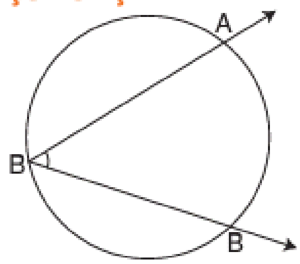
Kazanım 3: Bir çemberde merkez, çevre, iç, dış, teğet-kiriş açılarını açıklar; bu açıların ölçüleri ile gördükleri yayların ölçülerini ilişkilendirir.

Merkez Açı

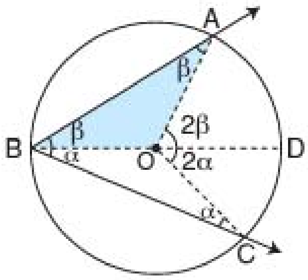


Köşesi çemberin merkezinde olan açıdır. Merkez açının ölçüsü kolları arasındaki yayın ölçüsüne eşittir. Şekilde $m(\widehat{AOB}) = m(\overset{\frown}{AB}) = \alpha$ olur.

Çevre Açı



Köşesi çember üzerinde ve kenarları çemberin keseni olan açıya çevre açı denir.
Bir çevre açının ölçüsünün gördüğü yayın ölçüsünün (aynı yayı gören merkez açı ölçüsünün) yarısı olduğunu gösterelim.



Şekildeki gibi [BD] çapı ve [OA] , [OB] , [OC] yarıçapları çizilirse

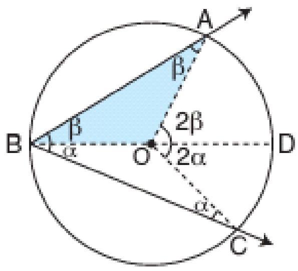
|OA| = |OB| = |OC| = r olduğundan

$\widehat{OAB}$ ve $\widehat{OBC}$ ikizkenardır.

$m(\widehat{OAB}) = m(\widehat{OBA}) = \beta \Rightarrow m(\widehat{AOD}) = 2\beta$ ve

$m(\widehat{OBC}) = m(\widehat{OCB}) = \alpha \Rightarrow m(\widehat{COD}) = 2\alpha$ olduğundan

$m(\widehat{AOC}) = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta) = m(\overset{\frown}{ADC}) = 2m(\widehat{ABC})$ bulunur.



Şekildeki gibi [BD] çapı ve [OA] , [OB] , [OC] yarıçapları çizilirse

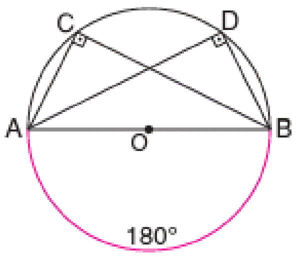
|OA| = |OB| = |OC| = r olduğundan

$\widehat{OAB}$ ve $\widehat{OBC}$ ikizkenardır.

$m(\widehat{OAB}) = m(\widehat{OBA}) = \beta \Rightarrow m(\widehat{AOD}) = 2\beta$ ve

$m(\widehat{OBC}) = m(\widehat{OCB}) = \alpha \Rightarrow m(\widehat{COD}) = 2\alpha$ olduğundan

$m(\widehat{AOC}) = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta) = m(\overset{\frown}{ADC}) = 2m(\widehat{ABC})$ bulunur.

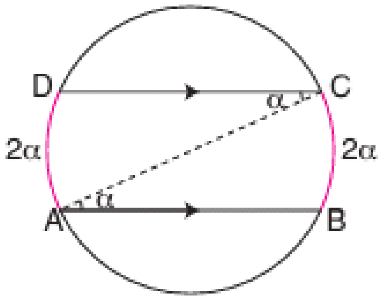


Yarım çemberin ölçüsü 180° olduğundan çapı gören çevre açının ölçüsü 90° olur. Şekilde,

$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{ADB}) = \dfrac{180°}{2} = 90°$ bulunur.

Bir çemberde paralel iki kirişin ayırdığı yay parçalarının eş olduğunu gösterelim.

Çözüm



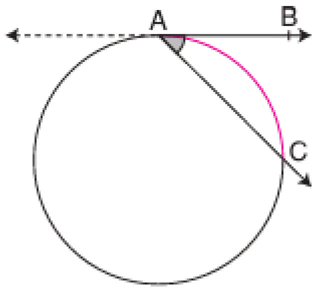
Şekildeki çemberde [AB] // [CD] olsun.

[AC] çizilirse iç ters açılardan,

$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{CAB}) = \alpha \Rightarrow m(\widehat{AD}) = m(\widehat{BC}) = 2\alpha$

bulunur.

Teğet-Kiriş Açı

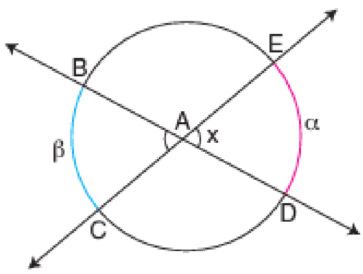


Köşesi çember üzerinde olan ve bir teğet ile bir kirişin belirlediği **açıya teğet-kiriş açı** denir.

Bir teğet-kiriş açının ölçüsü kenarları arasında kalan yayın ölçüsünün yarısıdır.

$$m(\widehat{BAC}) = \frac{m(\widehat{AC})}{2}$$

İç Açı



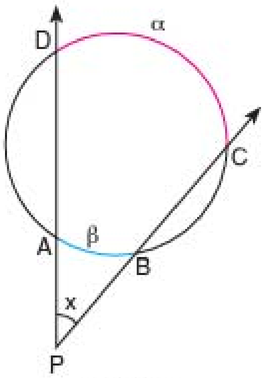
Çemberin içinde bir A noktasında kesişen iki doğrunun meydana getirdiği açılara iç açı denir.

Şekilde CE ∩ BD = {A},

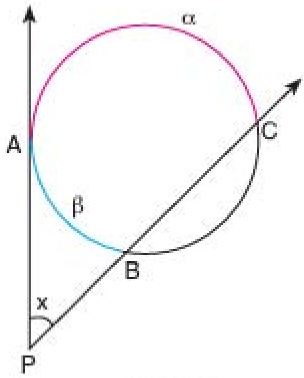
$m(\widehat{DAE}) = x$, $m(\widehat{DE}) = \alpha$ ve $m(\widehat{BC}) = \beta$ olsun.

$$x = \frac{\alpha + \beta}{2}$$ olur.

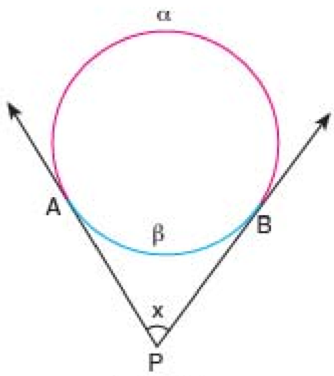
Dış Açı



1. Şekil



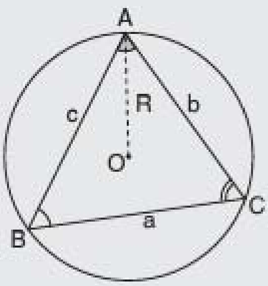
2. Şekil



3. Şekil

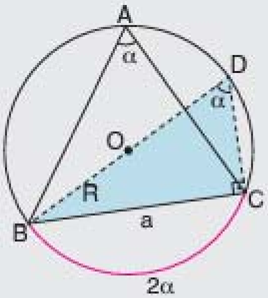
Köşesi çemberin dışında olan ve kenarları çemberi kesen veya teğet olan açılara dış açı denir. Yukarıdaki şekillerde verilen $\widehat{P}$ çemberde bir dış açıdır. Bir dış açının gördüğü büyük yayın ölçüsü α , küçük yayın ölçüsü β ve bu dış açının ölçüsü $m(\widehat{P}) = x$ ise $x = \dfrac{\alpha - \beta}{2}$ olur.

Üçgende Sinüs Teoremi



ABC üçgeninde kenar uzunlukları a, b, c ve O merkezli çevrel çemberin yarıçapı R olmak üzere,

$$\frac{a}{\sin(\widehat{A})} = \frac{b}{\sin(\widehat{B})} = \frac{c}{\sin(\widehat{C})} = 2R$$ olur. Gösterelim.



Yandaki şekilde $m(\widehat{A}) = \alpha \Rightarrow m(\overset{\frown}{BC}) = 2\alpha$ olur.

$O \in [BD]$ olmak üzere $\widehat{BCD}$ çizilirse [BD] çemberin çapı olduğundan $m(\widehat{BCD}) = 90°$ bulunur.

BCD dik üçgeninde,

$$m(\widehat{BDC}) = \frac{m(\overset{\frown}{BC})}{2} = \frac{2\alpha}{2} = \alpha \quad \text{ve}$$

$$\sin\alpha = \frac{|BC|}{|BD|} = \frac{a}{2R} \Rightarrow \sin(\widehat{A}) = \frac{a}{2R} \Rightarrow \frac{a}{\sin(\widehat{A})} = 2R \quad \text{olur.}$$

Benzer şekilde $\dfrac{b}{\sin(\widehat{B})} = 2R$ ve $\dfrac{c}{\sin(\widehat{C})} = 2R$ olacağından,

$$\frac{a}{\sin(\widehat{A})} = \frac{b}{\sin(\widehat{B})} = \frac{c}{\sin(\widehat{C})} = 2R$$ bulunur.

4) <u>Derinleştirme (Elaborate) Aşaması:</u> Bu aşamada öğrencilere örnekler çözdürülerek konunun pekişmesi sağlanır.

5) <u>Değerlendirme (Evulate) Aşaması:</u> Bu aşamada kavramların kontrolü ve hedeflenen kazanımların değerlendirilmesi amacıyla çalışma yaprakları hazırlanır.